Wenn Gleichungen Busse lenken



Wenn Elisabeth Gaar über Mathematik spricht, dann klingt das nicht nach trockenen Formeln oder staubigen Schulbüchern, sondern nach Begeisterung und Freude. Ihre Mission: Probleme unserer Welt optimieren, auch wenn es um Elektrobusse auf steilen Bergstraßen geht.

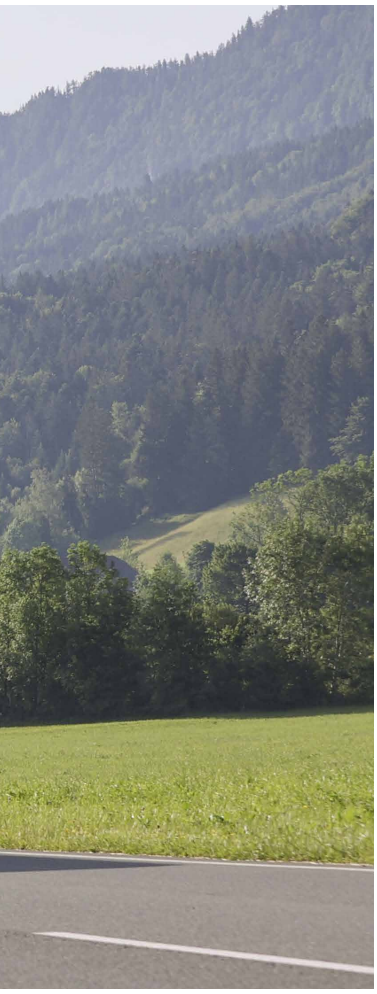

Foto: Salzburg Verkehr / Neumayr

Bergauf wird es teuer, bergab lädt er nach: Im Projekt ZEMO hat Elisabeth Gaar für das Land Salzburg berechnet, welche der rund 500 Busverbindungen sich für Elektro- oder Wasserstoffantriebe eignen.

Das Alpenpanorama zieht vorbei, der Bus schlängelt sich die gewundene Straße hinauf. Elisabeth Gaar sitzt am Fenster und schaut hinaus. Die Wissenschaftlerin zieht es oft in die Berge. Wandern ist ihre Leidenschaft – gerade in den großen und hohen Bergen Österreichs, ihrer Heimat. Ihr ist es wichtig, viel mit dem öffentlichen Nahverkehr zu reisen. Gerade die Wanderbusse schätzt sie, da man am Ende der Tour einfach einsteigen kann und wieder zurückkommt. Gaar genießt den Blick auf die Gipfel, muss aber auch daran denken, welche Berechnungen und Modelle diese Fahrt haben könnte. „Wann ist dieser Bus zuletzt losgefahren? Wo war er davor? Welche Strecke nimmt er?" In ihrem Kopf werden die Haltestellen zu Knoten, die Strecken dazwischen zu Kanten. Und der Bus, der von Knoten zu Knoten fährt, bewegt sich im Grunde durch einen Graphen.

„Was mich am allermeisten begeistert", sagt die Mathematik-Professorin, „ist, dass es immer eine korrekte Antwort gibt." Dann hält sie kurz inne und ergänzt: „Und dass es so viele verschiedene Wege gibt, diese eine Antwort zu finden." Während sie voller Energie erzählt, merkt man: Hier sitzt jemand, der Mathematik nicht nur versteht, sondern voller Leidenschaft dafür ist.

Mit Gleichungen die Welt verbessern

Das Forschungsgebiet der jungen Wissenschaftlerin ist die mathematische Optimierung. Sie befasst sich damit, die bestmögliche Lösung für ein gegebenes Problem zu finden. Das klingt abstrakt, ist aber im Kern eine sehr konkrete Frage: Gegeben sind eine Menge von Möglichkeiten und Einschränkungen – welche Wahl ist die beste?

Dabei gibt es drei Bausteine: eine Zielfunktion beschreibt, was maximiert oder minimiert werden soll, Entscheidungsvariablen beschreiben, was man steuern kann, und Nebenbedingungen, was erlaubt ist. Gaars mathematische Werkzeuge sind dabei Graphen: Strukturen aus Knoten und Kanten, also Punkten und Strichen. „Mit diesem einfachen Werkzeug kann man unglaublich viele Probleme der realen Welt darstellen", erklärt sie.

Ihre Begeisterung führte die Österreicherin vom Studium über ihre Promotion zu Forschungsstellen in Klagenfurt und Linz. Sowohl ihre Masterarbeit als auch ihre Doktorarbeit wurden mit Preisen der Österreichischen Gesellschaft für Operations Research gewürdigt. Weiterhin erhielt sie den EURO Prize for OR for the Common Good (Preis für Optimierungsrechnung für das Gemeinwohl).

Im Mai 2024 folgte sie dem Ruf der Universität Augsburg über die Alpen und ist hier Professorin für Optimierung.

„Ich habe mich für Augsburg entschieden, weil ich hier hervorragende Bedingungen für meine Forschung gepaart mit einer freundlichen Atmosphäre und fachlicher Größe und Diversität am Institut für Mathematik gefunden habe", sagt Gaar.

Neben ihrer Begeisterung für ihr Fach widmet sie sich auch einem spannenden Forschungsprojekt, das sich – passend zu ihrer Verkehrswahl beim Wandern – um den ÖPNV dreht und mit dem Preis für Optimierungsrechnung für das Gemeinwohl ausgezeichnet wurde.

500 Buslinien und eine Frage

Das österreichische Bundesland Salzburg stellte sich die Frage, welche Linien sich besonders gut für den Umstieg auf Elektro- oder Wasserstoffantriebe eignen. Rund 500 Busverbindungen galt es zu analysieren – von städtischen Strecken in Salzburg bis zu langen Fahrten durch alpine Regionen.

Genau hier setzte Gaars Forschung im Projekt ZEMO an – Zero Emission Mobility Salzburg. Ein großes Konsortium aus Verkehrsbetrieben, Infrastrukturpartnern und der Universität. Der Job der



Foto: Universität Augsburg / Anatoli Oskin

Mathematik mit Begeisterung: Prof. Dr. Elisabeth Gaar übersetzt Fahrpläne in Gleichungen – und findet so heraus, wie der Einsatz von Bussen optimiert werden kann.

Wissenschaftlerin war es dabei, die Welt in Mathematik zu übersetzen. „Unsere Aufgabe war es herauszufinden: Welcher Bus soll wann welche Strecke fahren – und mit welcher Technologie funktioniert das am besten?“, sagt Gaar.

„Man versucht, die Realität in Zahlen und Variablen darzustellen“, erklärt sie. Fahrpläne werden zu mathematischen Modellen, aus Fahrten werden sogenannte „Servicetrips“, aus Entscheidungen Variablen. Ein Bus muss morgens losfahren – und abends wieder zurückkehren. Es darf nicht vorkommen, dass er plötzlich mitten auf der Strecke ausgetauscht werden muss. Gleichzeitig soll das gesamte System möglichst effizient funktionieren. Das wichtigste Ziel: möglichst wenige Busse einsetzen.

„Jeder zusätzliche Bus ist unglaublich teuer“, sagt Gaar. Deshalb entwickelte ihr Team mathematische Modelle, die optimale Umlaufpläne berechneten.

Am Ende entstanden daraus hochkomplexe Optimierungsverfahren. Gaar spricht begeistert von „Branch-and-Bound-Algorithmen“, von Gleichungen und Schranken.

Das Prinzip erinnert an eine Wanderung: Man steht vor einer Wegverzweigung und muss bestimmen, welche Route zum Gipfel führt. Statt jeden möglichen Pfad bis zum Ende abzulaufen, schaut man zunächst, wie vielversprechend ein Weg aussieht. Wer erkennt, dass ein Pfad in eine Sackgasse führt, kehrt früh um – und spart sich den Rest. Genauso arbeitet der Algorithmus: Er teilt das Problem in kleinere Teilprobleme auf, berechnet für jeden „Ast“ schnell, was im besten Fall noch erreichbar ist – und schneidet ganze Zweige ab, sobald feststeht, dass dort keine bessere Lösung warten kann. Was wie ein eleganter Trick wirkt, ermöglicht es, aus Millionen von möglichen Busumlaufplänen den optimalen herauszufinden – ohne jeden einzelnen durchrechnen zu müssen.

Obwohl die Mathematik dahinter kompliziert ist, bleibt Gaars Art zu erklären besonders anschaulich.

Wenn das Modell nicht rundläuft

Bis die mathematischen Modelle die Realität treffsicher abbilden, gilt es oft, nochmals einen Umweg zu nehmen. Das merkte Gaar mitten in der Arbeit. Die Algorithmen lieferten Ergebnisse, die nicht passten. Das Team suchte, rechnete, diskutierte. Und fand schließlich den Fehler: Das Modell nahm an, dass jede Fahrt Energie verbraucht. Logisch – könnte man meinen. Aber dann ist da der Gaisberg in Salzburg.

Fährt ein Elektrobus etwa diesen steilen Berg hinunter, lädt er seine Batterie durch Rekuperation wieder auf. Er erzeugt negative Energie. „Das war sowas, wo wir dann lange gebraucht haben, um herauszufinden, was da nicht stimmt“, erinnert sie sich.

„Was mich am allermeisten begeistert, ist, dass es immer eine korrekte Antwort gibt. Und dass es so viele verschiedene Wege gibt, diese eine Antwort zu finden."

Prof. Dr. Elisabeth Gaar

Die kleine Tabelle, die entscheidet

Am Ende des Projekts stehen zwei Arten von Ergebnissen. Die einen, sagt Gaar, seien für sie als Mathematikerin spannend: Welcher Algorithmus funktioniert besonders gut? Wie lässt sich das Modell effizienter lösen? Die anderen sind für die Projektpartner entscheidend – und sie passen auf eine einzige, kompakte Tabelle. Für jede Buslinie, für jede Antriebsart: Wie viele Busse werden benötigt?

Der Umstieg auf Wasserstoff ändert nichts an der Zahl der eingesetzten Fahrzeuge, dessen Verfügbarkeit aufgrund von Lieferengpässen für die Betreiber gegenwärtig noch ein Problem darstellt. Beim Wechsel auf elektrische Antriebe werden auf einigen Strecken mehr Busse benötigt, falls sie an Endhaltestellen nachladen müssen. Bei vielen Linien ist dies aber nur nachts im Depot notwendig, hier zeigt sich, dass auf einigen Strecken der Umstieg auf Elektro gut funktionieren würde.

Diese Übersicht hat Konsequenzen: Denn in Österreich bewerben sich private Busunternehmen auf ausgeschriebene Linien. Das Bundesland kann also bereits in der Ausschreibung festlegen, ob diese Linie elektrisch betrieben werden soll. Hier eignen sich diese, bei denen der Bus ohne eine Zwischenladung tagsüber auskommt. Es gibt keine Standzeit und es muss nicht in Ladestationen auf der Strecke investiert werden. Der Salzburger Verkehrsverbund sieht das entwickelte Tool als unschätzbare Ressource für seine eigene Planung an und ebenso für alle anderen Koordinatoren und Anbieter öffentlicher Busverkehre, die ihre Systeme auf emissionsfreien Betrieb umstellen.

Gaars Forschung hat somit die Grundlage dafür gelegt, dass das Bundesland Salzburg die ersten Schritte hin zur emissionsfreien Mobilität bereits umgesetzt hat – an den Stellen, wo es effizient ist – optimiert durch die Mathematik.

„Das war irgendwie schön", sagt die Wissenschaftlerin beim Blick aus dem Fenster. „Weil das bedeutet, dass die Umstellung gar nicht so schwer ist. Kein Argument mehr, man bräuchte plötzlich eine riesige neue Flotte."

Irgendwann erreicht der Bus sein Ziel. Elisabeth Gaar steigt aus und weiß: Dieser Bus fährt vielleicht bald elektrisch. Nicht weil es vorgeschrieben wurde, sondern weil eine Gleichung gezeigt hat, dass es hier sinnvoll ist. Nachhaltigkeit liegt ihr persönlich am Herzen und ist für sie kein abstrakter Begriff, sondern Teil des Alltags, genauso wie die Mathematik.

mh

Prof. Dr. Elisabeth Gaar ist seit Mai 2024 als Professorin für Optimierung am Lehrstuhl für Diskrete Mathematik, Optimierung und Operations Research der Universität Augsburg tätig. Von März 2023 bis April 2024 hatte sie diese Professur bereits vertreten. Ihre Promotion hat sie im Jahr 2018 am Institut für Mathematik der Alpen-Adria-Universität Klagenfurt abgeschlossen.