

Abb. 25.37 Einsatz eines Synchrongleichrichters zur Messung verrauschter Signale

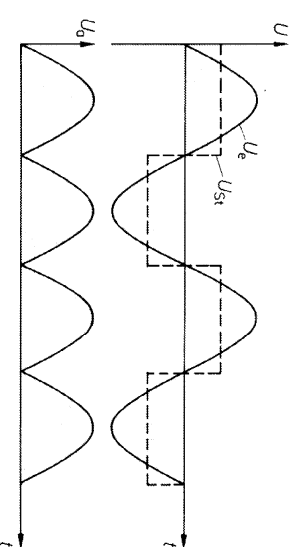


Abb. 25.38 Wirkungsweise eines Synchrongleichrichters

richter wirkt. Wenn  $\varphi \neq 0$  ist oder  $f_e \neq f_{st}$ , treten neben den positiven Flächen auch negative Flächen auf. Der Mittelwert der Ausgangsspannung ist in diesen Fällen also immer kleiner als im eingezeichneten.

Die Abhängigkeit der Ausgangsspannung von der Frequenz und der Phasenlage wollen wir im folgenden berechnen. Die Eingangsspannung  $U_e$  wird im Rhythmus der Steuerfrequenz  $f_{st}$  mit  $+1$  bzw.  $-1$  multipliziert. Dieser Sachverhalt läßt sich mathematisch folgendermaßen darstellen:

$$U_a = U_e(t) \cdot S(t). \quad (25.18)$$

Dabei ist

$$S(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } U_{st} > 0 \\ -1 & \text{für } U_{st} < 0. \end{cases}$$

Durch Fourier-Reihenentwicklung folgt daraus

$$S(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin(2n+1)\omega_{st}t. \quad (25.19)$$

Nun denken wir uns als Eingangsspannung eine sinusförmige Wechselspannung mit der Frequenz  $f_e = m \cdot f_{st}$  und der Phasenverschiebung  $\varphi_m$

### 25.3.4 Synchrongleichrichter

Bei einem Synchrongleichrichter wird das Vorzeichen der Verstärkung nicht durch die Polarität der Eingangsspannung umgeschaltet, sondern durch eine externe Steuerspannung  $U_{st}(t)$ . Zu diesem Zweck kann man die Schalter mit Vorzeichenwechsel aus Abschnitt 22.2.4 und 22.3.2 verwenden.

Ein Synchrongleichrichter kann in der Meßanordnung gemäß Abb. 25.37 dazu benutzt werden, aus einem stark verrauschten Signal die Amplitude derjenigen Schwingung zu bestimmen, deren Frequenz gleich der Steuerfrequenz ist, und deren Phasenlage  $\varphi$  zum Steuersignal konstant ist. Der Sonderfall  $f_e = f_{st}$  und  $\varphi = 0$  ist in Abb. 25.38 dargestellt. Man erkennt, daß der Synchrongleichrichter hier wie ein Vollweggleich-

gegenüber der Steuerspannung. Dann ergibt sich mit Gl.n. (25.18) und (25.19) die Ausgangsspannung

$$U_a(t) = \hat{U}_e \sin(m\omega_{st} + \varphi_m) \cdot \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin(2n+1)\omega_{st}t. \quad (25.20)$$

Von dieser Spannung wird mit dem nachgeschalteten Tiefpaßfilter der arithmetische Mittelwert gebildet. Mit der Hilfsformel

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sin(m\omega_{st}t + \varphi_m) dt = 0$$

und der Orthogonalitätsrelation

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sin(m\omega_{st}t + \varphi_m) \sin(l\omega_{st}t) dt = \begin{cases} 0 & \text{für } m \neq l \\ \frac{1}{2} \cos \varphi_m & \text{für } m = l \end{cases}$$

folgt damit aus Gl. (25.20) das Ergebnis

$$\bar{U}_a = \begin{cases} \frac{2}{\pi m} \hat{U}_e \cdot \cos \varphi_m & \text{für } m = 2n+1 \\ 0 & \text{für } m \neq 2n+1. \end{cases} \quad (25.21)$$

Darin ist  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Ist die Eingangsspannung ein beliebiges Frequenzgemisch, liefern nur diejenigen Anteile einen Beitrag zur gemittelten Ausgangsspannung, deren Frequenz gleich oder gleich einem ungeraden Vielfachen der Steuerfrequenz ist. Deshalb ist der Synchrongleichrichter zur selektiven Amplitudenmessung geeignet. Da der Mittelwert der Ausgangsspannung außerdem von der Phasenverschiebung zwischen der betreffenden Komponente der Eingangsspannung und der Steuerspannung abhängt, bezeichnet man den Synchrongleichrichter auch als *phasenempfindlichen Gleichrichter*.

Für  $\varphi_m = 90^\circ$  wird  $\bar{U}_a$  auch dann gleich Null, wenn die Frequenzbedingung erfüllt ist. In unserem Beispiel in Abb. 25.38 war  $m = 1$  und  $\varphi_m = 0$ . In diesem Fall erhalten wir aus Gl. (25.21)

$$\bar{U}_a = \frac{2}{\pi} \hat{U}_e.$$

Dies ist aber gerade der arithmetische Mittelwert einer vollweggleichgerichteten Sinusspannung. Dieses Ergebnis konnten wir schon unmittelbar aus Abb. 25.38 entnehmen.

Mit Gl. (25.21) haben wir gezeigt, daß nur die Spannungen zur Ausgangsspannung beitragen, deren Frequenz gleich oder gleich einem ungeradzahigen Vielfachen der Steuerfrequenz ist. Das gilt jedoch nur,

wenn die Zeitkonstante des Tiefpaßfilters unendlich groß ist. In der Praxis wäre das aber nicht realisierbar und auch gar nicht wünschenswert, denn dann würde die obere Grenzfrequenz gleich Null; die Ausgangsspannung könnte sich also zeitlich überhaupt nicht ändern. Ist  $f_g > 0$ , steht der Synchron-Gleichrichter nicht mehr diskrete Frequenzen, sondern einzelne Frequenzbänder aus seiner Eingangsspannung heraus. Die Bandbreite dieser Frequenzbänder ist gleich  $2f_g$ . Abbildung 25.39 veranschaulicht diese Filtercharakteristik.

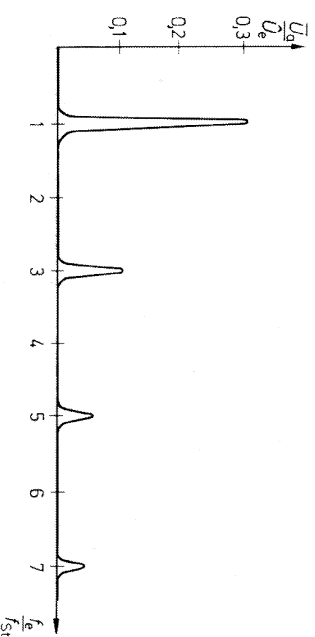


Abb. 25.39 Filtercharakteristik eines Synchrongleichrichters

Den meist unerwünschten Beitrag der ungeradzahigen Oberschwingungen kann man beseitigen, indem man statt des Schalters einen *Analogmultiplizierer* als Synchrongleichrichter benutzt. Dann kann man die Eingangsspannung statt mit einer Rechteckfunktion  $S(t)$  mit einer Sinusfunktion  $U_{st} = \hat{U}_{st} \sin \omega t$  multiplizieren. Da diese Sinusfunktion keine Oberschwingungen enthält, gilt die Gl. (25.21) nur noch für  $n = 0$ . Wenn wir die Amplitude der Steuerspannung gleich der Recheneinheit  $E$  des Multiplizierers wählen, ergibt sich statt Gl. (25.21) das Ergebnis

$$\bar{U}_a = \begin{cases} \frac{1}{2} \hat{U}_e \cos \varphi & \text{für } f_e = f_{sr} \\ 0 & \text{für } f_e \neq f_{sr}. \end{cases} \quad (25.22)$$

Gemäß Gl. (25.20) liefert der Synchrongleichrichter nicht direkt die Amplitude  $\hat{U}_e$ , sondern den Realteil  $\hat{U}_e \cos \varphi$  der komplexen Amplitude  $\underline{U}_e$ . Zur Ermittlung ihres Betrages  $|\underline{U}_e| = \hat{U}_e$  kann man die Phase der Steuerspannung mit einem einstellbaren Phasenschieber so weit verschieben, bis die Ausgangsspannung des Synchrongleichrichters maximal wird. Dann sind die Spannungen  $U_e(t)$  und  $U_{st}(t)$  in Phase, und wir erhalten aus Gl. (25.22)

$$\bar{U}_a = \frac{1}{2} \hat{U}_e = \frac{1}{2} |\underline{U}_e|_{f_e = f_{sr}}.$$

Wenn man zur Verschiebung der Steuerspannung einen geeichten Phasenschieber verwendet, kann man dort unmittelbar die durch das Meßobjekt verursachte Phasenverschiebung  $\varphi$  ablesen.

Häufig interessiert man sich nur für die Amplitude eines bestimmten Spektralanteils der Eingangsspannung und nicht für deren Phasenlage. In diesem Fall kann man auf die Synchronisation der Steuerspannung verzichten, wenn man wie in Abb. 25.40 zwei Synchrongleichrichter einsetzt, die mit zwei um  $90^\circ$  gegeneinander verschobenen Steuerspannungen

$$V_1(t) = E \sin \omega_s t \quad \text{bzw.} \quad V_2(t) = E \cos \omega_s t$$

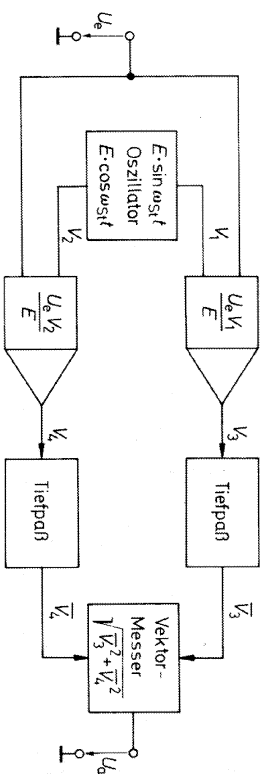


Abb. 25.40 Phasenunabhängige Synchrongleichrichtung

$$U_a = \frac{1}{2} \hat{U}_e \quad \text{für } f_s = f_e$$

betrieben werden. Darin ist  $E$  die Recheneinheit der als Synchrongleichrichter benutzten Multiplizierer. Zur Erzeugung dieser beiden Steuerspannungen eignet sich z. B. besonders gut der Oszillator in Abb. 15.30.

Einen Beitrag zu den Ausgangsspannungen der beiden Synchrongleichrichter liefert nur die Spektralkomponente der Eingangsspannung mit der Frequenz  $f_{sr}$ . Sie besitze die Phasenverschiebung  $\varphi$  gegenüber  $V_1$  und lautet damit

$$U_e = \hat{U}_e \sin(\omega_s t + \varphi).$$

Nach Gl. (25.22) liefert der obere Synchrongleichrichter die Ausgangsspannung

$$\bar{V}_3 = \frac{1}{2} \hat{U}_e \cos \varphi. \quad (25.23)$$

Die entsprechende Rechnung für den unteren Gleichrichter liefert

$$\bar{V}_4 = \frac{1}{2} \hat{U}_e \sin \varphi. \quad (25.24)$$

Durch Quadrieren und Addieren erhalten wir daraus unabhängig von der Phasenlage die Ausgangsspannung

$$U_a = \frac{1}{2} \hat{U}_e \sqrt{\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi} = \frac{1}{2} \hat{U}_e. \quad (25.25)$$

Die Schaltung eignet sich demnach als durchstimmbares selektives Voltmeter. Seine Bandbreite ist konstant gleich der doppelten Grenzfrequenz des Tiefpaßfilters. Die erreichbare Filtergüte ist wesentlich höher als bei herkömmlichen aktiven Filtern. Man kann z. B. ohne weiteres ein 1 MHz-Signal mit einer Bandbreite von 1 Hz filtern. Das entspricht einer Güte  $Q = 10^6$ .

Wenn man die Steuerfrequenz kontinuierlich durchstimmt, arbeitet die Schaltung als Spektrum-Analysator.

## 2 Passive RC- und LRC-Netzwerke

RC-Netzwerke sind in der Schaltungstechnik von grundlegender Bedeutung. Da ihre Wirkungsweise in allen Schaltungen dieselbe ist, soll ihre Funktion im folgenden eingehend beschrieben werden.

### 2.1 Der Tiefpaß

Ein Tiefpaß ist eine Schaltung, die tiefe Frequenzen unverändert überträgt und bei hohen Frequenzen eine Abschwächung und Phasen-Nachteilung bewirkt. Abb. 2.1 zeigt die einfachste Schaltung eines RC-Tiefpasses.

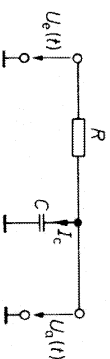


Abb. 2.1 Einfacher Tiefpaß

#### 2.1.1 Beschreibung im Frequenzbereich

Zur Berechnung des Frequenzganges der Schaltung verwenden wir die Spannungsteilerformel in komplexer Schreibweise:

$$\underline{A}(j\omega) = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega RC}. \quad (2.1)$$

Durch Zerlegung gemäß

$$\underline{A} = |\underline{A}| e^{j\varphi}$$

erhalten wir den Frequenzgang des Betrages und der Phasenverschiebung:

$$|\underline{A}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}, \quad \varphi = -\arctan \omega RC. \quad (2.2)$$

Die beiden Kurven sind in Abb. 2.2 dargestellt.

Zur Berechnung der 3 dB-Grenzfrequenz setzen wir in Gl. (2.2)

$$|\underline{A}| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_g^2 R^2 C^2}}$$

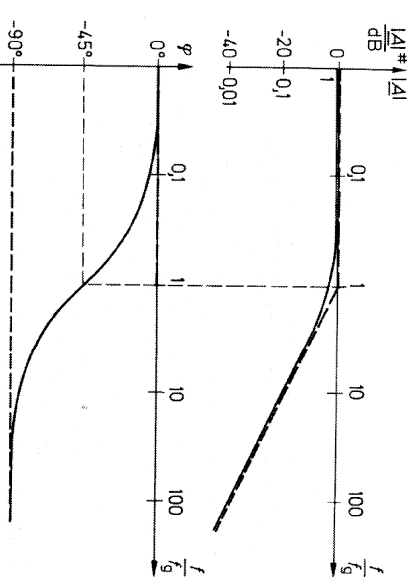


Abb. 2.2 Bode-Diagramm eines Tiefpasses

und erhalten

$$f_g = \frac{1}{2\pi} \omega_g = \frac{1}{2\pi RC}. \quad (2.3)$$

Die Phasenverschiebung beträgt bei dieser Frequenz nach Gl. (2.2)  $\varphi = -45^\circ$ .

Wie man in Abb. 2.2 erkennt, läßt sich der Amplitudenfrequenzgang  $|\underline{A}| = \hat{U}_a / \hat{U}_e$  mit Hilfe der beiden Asymptoten auf einfache Weise konstruieren:

- 1) Bei tiefen Frequenzen  $f \ll f_g$  ist  $|\underline{A}| = 1 \hat{=} 0 \text{ dB}$ .
- 2) Bei hohen Frequenzen  $f \gg f_g$  gilt nach Gl. (2.2)  $|\underline{A}| \approx 1/\omega RC$ , d.h. die Verstärkung ist umgekehrt proportional zur Frequenz. Bei einer Verzehnfachung der Frequenz verringert sich die Verstärkung demnach um den Faktor 10, d.h. sie nimmt mit 20 dB/Dekade bzw. 6 dB/OKtave ab.
- 3) Bei  $f = f_g$  ist  $|\underline{A}| = 1/\sqrt{2} \hat{=} -3 \text{ dB}$ .

#### 2.1.2 Beschreibung im Zeitbereich

Zur Untersuchung der Schaltung im Zeitbereich geben wir einen Spannungssprung gemäß Abb. 2.3 auf den Eingang. Zur Berechnung der Ausgangsspannung wenden wir die Knotenregel auf den (unbelasteten) Ausgang an und erhalten nach Abb. 2.1

$$\frac{U_e - U_a}{R} - I_C = 0.$$

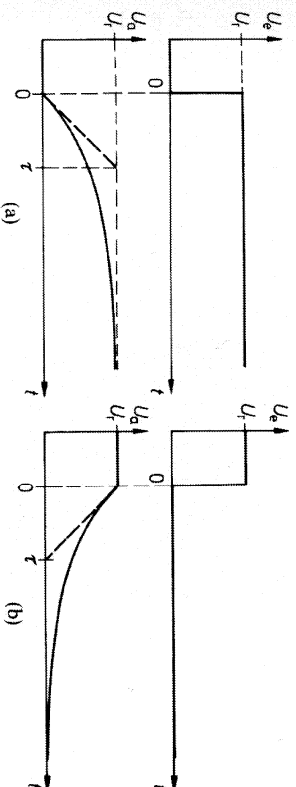


Abb. 2.3a u. b Sprungantwort eines Tiefpasses

Mit  $I_C = C \dot{U}_a$  folgt daraus die Differentialgleichung

$$RC \dot{U}_a + U_a = U_e = \begin{cases} U_i & \text{für } t > 0 \text{ im Fall a} \\ 0 & \text{für } t > 0 \text{ im Fall b.} \end{cases} \quad (2.4)$$

Sie besitzt folgende Lösungen:

Fall a:

$$U_a(t) = U_i(1 - e^{-\frac{t}{RC}});$$

Fall b:

$$U_a(t) = U_i e^{-\frac{t}{RC}}.$$

(2.5)

Dieser Verlauf ist in Abb. 2.3 ebenfalls aufgezeichnet. Man erkennt, daß die stationären Werte  $U_a = U_i$  bzw.  $U_a = 0$  nur asymptotisch erreicht werden. Als Maß für die Einstellzeit definiert man deshalb eine *Zeitkonstante*  $\tau$ . Sie gibt an, wie lange es dauert, bis die Abweichung vom stationären Wert nur noch den e-ten Teil der Sprunghöhe beträgt. Aus Gl. (2.5) ergibt sich die Zeitkonstante zu

$$\tau = RC. \quad (2.6)$$

Die Einstellzeit für kleinere Abweichungen läßt sich ebenfalls aus Gl. (2.5) entnehmen. Abb. 2.4 zeigt eine Übersicht über einige wichtige Werte.

Wenn man als Eingangssignal eine Rechteckspannung mit der Schwingungsdauer  $T$  anlegt, wird die e-Funktion nach der Zeit  $T/2$  durch den nächsten Sprung abgebrochen. Welcher Endwert dabei

Einstellgenauigkeit	37 %	10 %	1 %	0,1 %
Einstellzeit	$\tau$	$2,3 \tau$	$4,6 \tau$	$6,9 \tau$

Abb. 2.4 Einstellzeit eines Tiefpasses

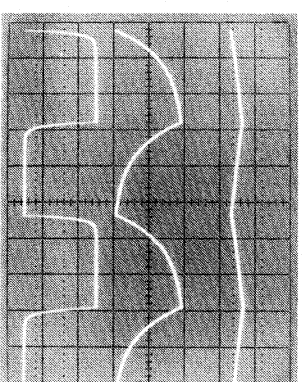


Abb. 2.5 Rechteckverhalten eines Tiefpasses für verschiedene Frequenzen

Obere Kurve:  $f_g = 10 f_s$   
 Mittlere Kurve:  $f_e = f_s$   
 Untere Kurve:  $f_a = 10 f_g$

erreicht wird, hängt davon ab, wie groß die Zeit  $T/2$  gegenüber der Zeitkonstante  $\tau$  ist. Diese Eigenschaft läßt sich anhand der Oszillogramme in Abb. 2.5 gut erkennen.

### Tiefpaß als Integrierglied

Im vorhergehenden Abschnitt haben wir gesehen, daß die Ausgangs-Wechselspannung klein gegenüber der Eingangsspannung wird, wenn man die Signalfrequenz  $f \gg f_g$  wählt. In diesem Fall arbeitet der Tiefpaß als Integrierglied. Diese Eigenschaft läßt sich unmittelbar aus der Differential-Gl. (2.4) ablesen: Mit der Voraussetzung  $|U_a| \ll |U_e|$  folgt daraus

$$RC \dot{U}_a = U_e, \quad U_a = \frac{1}{RC} \int_0^t U_e(t) dt + U_a(0).$$

### Tiefpaß als Mittelwertbildner

Für unsymmetrische Wechselspannungen ist die oben gemachte Voraussetzung  $f \gg f_g$  in keinem Fall erfüllt. Die Fourierentwicklung beginnt nämlich mit einer Konstante, die gleich dem *arithmetischen Mittelwert*

$$\bar{U}_e = \frac{1}{T} \int_0^T U_e(t) dt$$

ist. Darin ist  $T$  die Periodendauer der Eingangsspannung. Faßt man alle höheren Glieder der Fourierreihe zusammen, erhält man eine Spannung  $U'_e(t)$ , deren Verlauf mit dem der Eingangsspannung übereinstimmt, die aber so verschoben ist, daß sie den arithmetischen Mittel-

wert Null besitzt. Die Eingangsspannung läßt sich also in der Form

$$U_e(t) = \bar{U}_e + U'_e(t)$$

darstellen. Für die Spannung  $U'_e(t)$  kann die Voraussetzung  $f \gg f_g$  erfüllt werden; sie wird integriert, während der Gleichspannungsanteil linear übertragen wird. Die Ausgangsspannung wird also

$$U_a = \underbrace{\frac{1}{RC} \int_0^t U'_e(t) dt}_{\text{Restwertigkeit}} + \underbrace{\bar{U}_e}_{\text{Mittelwert}} \quad (2.7)$$

Macht man die Zeitkonstante  $\tau = RC$  hinreichend groß, verschwindet die Restwertigkeit gegenüber dem Mittelwert, und es wird

$$U_a \approx \bar{U}_e \quad (2.8)$$

### 2.1.3 Anstiegszeit und Grenzfrequenz

Eine weitere Kenngröße zur Charakterisierung von Tiefpässen ist die Anstiegszeit  $t_a$ . Sie gibt an, in welcher Zeit die Ausgangsspannung von 10 auf 90 % des Endwertes ansteigt, wenn man einen Rechtecksprung an den Eingang legt. Aus der e-Funktion in Gl. (2.5) erhalten wir

$$t_a = t_{90\%} - t_{10\%} = \tau(\ln 0,9 - \ln 0,1) = \tau \ln 9 \approx 2,2 \tau.$$

Mit  $f_g = 1/2\pi\tau$  folgt daraus

$$t_a \approx \frac{1}{3f_g} \quad (2.9)$$

Diese Beziehung gilt näherungsweise auch für Tiefpässe höherer Ordnung.

Bei der Reihenschaltung mehrerer Tiefpässe mit verschiedenen Anstiegszeiten  $t_{a1}$  ergibt sich die resultierende Anstiegszeit zu

$$t_a \approx \sqrt{\sum_i t_{ai}^2} \quad (2.10)$$

Entsprechend gilt für die Grenzfrequenz

$$f_g \approx \left( \sum_i f_{gi}^{-2} \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Für den Fall von  $n$  Tiefpässen mit gleicher Grenzfrequenz folgt daraus

$$f_g \approx \frac{f_{gi}}{\sqrt{n}} \quad (2.11)$$